DISTRIBUCIONES CONTINUAS

Se dice que una variable aleatoria X es continua cuando se encuentre definida en uno o varios intervalos con infinitos puntos. Es por esto que ahora no existe la probabilidad de un solo punto.

- **FUNCION DE DENSIDAD O DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES: f (x)**

Es la función que nos da el reparto de masa probabilística en un determinado intervalo.

$$f(x) = \begin{cases} \text{"algo"} & \text{si } x \in (a, b) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Donde "algo": - es una constante k = nº

- una variable h (x) (creciente, decreciente,…)

Las <u>condiciones</u> que tiene que cumplir son:

$f(x) \geq 0$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx = 1$$

- **FUNCION DE DISTRIBUCION ACUMULADA: F (x)**

Mide la probabilidad acumulada hasta un punto "x" (incluido dicho punto).

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\, dx$$

- **MEDIA , VARIANZA Y DESVIACION:**

Media = μ_x =Valor Esperado = $\int_{-\infty}^{\infty} x\, f(x)\, dx$

Varianza = $\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2\, f(x)\, dx = \int_{-\infty}^{\infty} x^2\, f(x)\, dx - \mu_x^2$

Desviación = $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

DISTRIBUCIONES ESPECIALES CONTINUAS

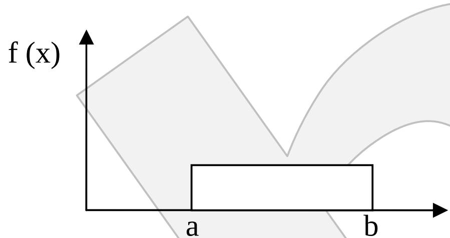
➢ DISTRIBUCION UNIFORME O RECTANGULAR

Se dice que una variable tiene distribución uniforme o rectangular cuando el reparto de masa probabilística por unidad de longitud sea constante.

Así se simboliza : $\mathbf{X \in u \ (a, b)}$

- **FUNCION DE DENSIDAD**

$$f(x) = \begin{cases} K = \dfrac{1}{\text{Long}} = \dfrac{1}{b-a} & x \in (a,b) \\ 0 & \overline{\qquad} \end{cases}$$



- **MOMENTOS**

$$\text{Media} = \mu = \text{Ex} = \int_a^b x \frac{1}{b-a} dx = \frac{a+b}{2}$$

$$\text{Varianza} = \sigma_x^2 = \int_a^b (x-\mu)^2 \frac{1}{b-a} dx = \frac{(b-a)^2}{12}$$

- **FUNCION DE DISTRIBUCION ACUMULADA**

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \displaystyle\int_a^x \frac{1}{b-a} dx = \frac{x-a}{b-a} & a \le x < b \\ 1 & b \le x \end{cases}$$

- **Nota:** La suma de "n" v.a. uniformes no será uniforme, por tanto, podemos decir que esta distribución no tiene propiedad de convolución.

➢ DISTRIBUCION EXPONENCIAL

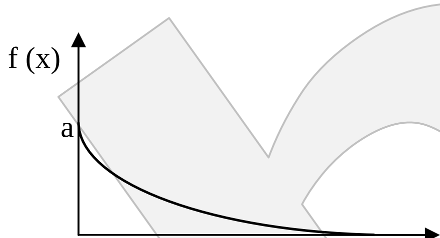
Se trata de una distribución continua definida por un parámetro siempre positivo, ya que la distribución exponencial sólo toma valores positivos. Esta distribución se suele utilizar para variables temporales, por ejemplo:

- ✓ Tiempo de permanencia en un sistema.
- ✓ Tiempo entre la llegada de dos elementos.

Así se denota: $\mathbf{t} = \mathbf{x} \in \mathbf{Exp}\ (\mathbf{a} = \lambda)$

- **FUNCION DE DENSIDAD**

$$f(x) = \begin{cases} a\,e^{-ax} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$



- **MOMENTOS**

$$\text{Media} = \mu = Ex = \int_0^{\infty} x\,a\,e^{-ax}\,dx = \frac{1}{a} = \frac{1}{\lambda}$$

$$\text{Varianza} = \sigma_x^2 = \int_a^b (x-\mu)^2\, f(x)\, dx = \frac{1}{a^2} = \frac{1}{\lambda^2}$$

- **FUNCION DE DISTRIBUCION ACUMULADA**

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \int_0^x a\,e^{-ax}\,dx = 1 - e^{-ax} & x \geq 0 \end{cases}$$

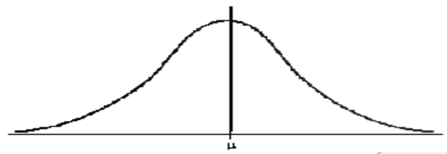
- **Nota**: La suma de n v.a. independientes exponenciales no será exponencial, por tanto, podemos decir que esta distribución no tiene propiedad de convolución.

- **Nota 2**: La distribución exponencial carece de memoria.

DISTRIBUCION NORMAL GENERAL

La distribución normal (general) se denota : $x \in N(\mu_X, \sigma_X^2)$

- **FUNCION DE DENSIDAD**



$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

- **FUNCION DE DISTRIBUCION ACUMULADA**

Toda pregunta la transformamos a cola hacia la izquierda, es decir, a función acumulada, F (x), la tipificaremos y acudiremos a la tabla de la distribución N (0, 1)

$$F(x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

- **PROPIEDAD DE CONVOLUCION**

La suma de n-variables aleatorias independientes y normales también será normal.

Cualquier transformación o combinación lineal de variables independientes y normales también será normal, es decir:

$x \in N(\mu_x, \sigma_x^2)$

$y \in N(\mu_y, \sigma_y^2)$

Si x e y son independientes, entonces:

- ✓ $z = x + y \in N(\mu_x + \mu_y \quad \sigma_z^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2)$
- ✓ $z = x - y \in N(\mu_x - \mu_y \quad \sigma_z^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2)$
- ✓ $z = ax + by + c \in N(a\mu_x + b\mu_y + c, \sigma_z^2 = a^2\, \sigma_x^2 + b^2\sigma_y^2)$